เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) และตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

ประสาท สอ้านวงศ์
ข้าราชการบำนาญ

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้สอนเรื่อง ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) และตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (ค 1.1 ป.6/4 , ค 1.1 ป.6/5 และ ค 1.1 ป.6/6) ผู้เขียนดูคลิปการสอนที่เผยแพร่บนออนไลน์ พบว่า ผู้สอนส่วนมากสอนโดยใช้การบอกให้ผู้เรียนจำ โดยเริ่มสอนการหา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนด จากการอธิบายความหมายของ “ตัวหาร” “ตัวหารร่วม” “ตัวหารร่วมมาก” แล้วบอกว่าวิธีการหา ห.ร.ม. มี 3 วิธี คือ *วิธีที่ 1 การหาตัวหารร่วม วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ และ วิธีที่ 3 การตั้งหาร* จากนั้นจะแสดงการหา ห.ร.ม. ด้วยวิธีต่าง ๆ การสอนหา ค.ร.น. ก็จะสอนในทำนองเดียวกัน ส่วนเรื่องการนำความรู้ไปใช้ซึ่งเป็นเรื่องที่ต้องสอนให้วิเคราะห์ปัญหา กลับเริ่มสอนโดยบอกหัวข้อ แล้วบอกว่ามีหลักการจำ ดังนี้

ปัญหาที่ต้องใช้ ค.ร.น. จะมีคำต่อไปนี้ “เล็ก” “สั้น” “น้อย” “พร้อม”

ปัญหาที่ต้องใช้ ห.ร.ม. จะมีคำต่อไปนี้ “ใหญ่” “ยาว” “มาก”

การยกตัวอย่างก็ง่าย อ่านปัญหาจบก็ชี้ให้เห็น **“คำ”** ว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ ห.ร.ม. หรือ ค.ร.น.

ผู้เขียนคิดว่าการสอนเช่นนี้ ผู้เรียนไม่ได้ใช้การคิดวิเคราะห์ แค่จำคำที่ผู้สอนแนะนำ ทั้งที่เนื้อหาเรื่องนี้เอื้อให้สามารถใช้ความรู้ได้หลายเรื่อง ซึ่งถ้าผู้สอนนำมาใช้ผู้เรียนจะได้ประโยชน์ค่อนข้างมาก ผู้เขียนจึงขอเสนอแนวทางการสอนเพื่อให้เห็นว่าจะต้องทำอย่างไร ผู้เรียนจะสามารถหาวิธีแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

ปกติการหารจำนวนจะมี **ตัวตั้ง** และ **ตัวหาร** โดย **ตัวหาร** อาจหารตัวตั้งลงตัวหรือไม่ลงตัวก็ได้ เช่น

ถ้า 6 เป็น **ตัวตั้ง** 2 เป็น **ตัวหาร** เนื่องจาก 2 x 3 = 6 จะเห็นว่า 2 หาร 6 ลงตัว มี 3 เป็นผลหาร

แต่ถ้าใช้ 4 เป็น **ตัวหาร** จะได้ผลหาร คือ 1 เหลือเศษ 2

ข้อตกลง ในบทความนี้จะใช้ **ตัวหาร** ในความหมายว่า *เป็นตัวหารที่หารตัวตั้งลงตัว*

การหา ห.ร.ม.

การหา ห.ร.ม. ของจำนวนตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป ในขั้นต้น มี 3 วิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 การหาตัวหารร่วม

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ

วิธีที่ 3 การตั้งหาร

วิธีที่ 1 การหาตัวหารร่วม

หาตัวหารทั้งหมดของแต่ละจำนวนแล้วพิจารณาว่ามีตัวหารใดบ้างของแต่ละจำนวนเป็นตัวหารร่วม เมื่อได้ตัวหารร่วมแล้ว ตัวหารร่วมที่มากที่สุด คือ ห.ร.ม.

เช่น หา ห.ร.ม. ของ 6 กับ 8 มีวิธีการดังนี้

ตัวหารทั้งหมดของ 6 คือ 1 , 2 , 3 , 6
ตัวหารทั้งหมดของ 8 คือ 1 , 2 , 4 , 8

ตัวหารร่วม คือ 1 , 2
ตัวหารร่วมมากที่สุด คือ 2
ดังนั้น 2 คือ ห.ร.ม. ของ 6 และ 8

กิจกรรม จงหา ห.ร.ม. โดยใช้วิธีการหาตัวหารร่วม

(1) 48 , 84 (2) 104 , 264 (3) 70 , 98 , 434

(กิจกรรมนี้ให้ต่างคนต่างทำ)

ในการหา ห.ร.ม. ให้สังเกตสิ่งต่อไปนี้

1) ขั้นตอนใดเสียเวลามากที่สุด

2) ลักษณะของ ห.ร.ม. ที่หาได้ในแต่ละข้อมีอะไรบ้างที่มีลักษณะเหมือนกัน

แสดงวิธีการหา ห.ร.ม.

(1) ตัวหารของ 48 ได้แก่ 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 12 , 16 , 24 , 48

ตัวหารของ 84 ได้แก่ 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 7 , 12 , 14 , 21 , 28 , 42 , 84

ตัวหารร่วม ของ 48 และ 84 คือ 1 , 2 , 3 , 4 , 6 และ 12

ตัวหารร่วมที่มากที่สุด ของ 48 และ 84 คือ 12

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 48 และ 84 คือ 12

(2) ตัวหารของ 104 ได้แก่ 1 , 2 , 4 , 8 , 13 , 26 , 52 , 104

ตัวหารของ 264 ได้แก่ 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 8 , 12 , 22 , 33 , 44 , 66 , 88 , 132 , 264

ตัวหารร่วม ของ 104 และ 264 คือ 1 , 2 , 4 และ 8

ตัวหารร่วมที่มากที่สุด ของ 104 และ 264 คือ 8

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 104 และ 264 คือ 8

(3) ตัวหารของ 70 ได้แก่ 1 , 2 , 5 , 7 , 10 , 14 , 35 , 70

ตัวหารของ 98 ได้แก่ 1 , 2 , 7 , 14 , 49 , 98

ตัวหารของ 434 ได้แก่ 1 , 2 , 7 , 14 , 31 , 62 , 217 , 434

ตัวหารร่วม ของ 70 98 และ 434 คือ 1 , 2 , 7 และ 14

ตัวหารร่วมที่มากที่สุด ของ 70 98 และ 434 คือ 14

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 70 , 98 และ 434 คือ 14

สิ่งที่สังเกตได้จากการทำกิจกรรม

ข้อ 1) เวลาที่ใช้ในการหาตัวหารจะใช้เวลาค่อนข้างมาก ผู้สอนควรนำอภิปรายโดยให้ผู้เรียนเสนอวิธีที่ตนเองใช้ แล้วผู้สอนอาจเพิ่มเติมเสริมให้สมบูรณ์และพยายามให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเสนอวิธีที่ต่างจากคนที่นำเสนอแล้ว

ผู้เขียนขอเสนอวิธีดังต่อไปนี้เพื่อผู้สอนนำไปใช้ ดังนี้

การหารลงตัว ผลหารจะเป็นตัวหารได้ด้วย ฉะนั้น เมื่อหาตัวหารได้หนึ่งตัว จะได้ตัวหารอีกหนึ่งตัวเสมออาจใช้การเขียนในกระดาษทด เช่น หาตัวหารของ 48

1	2	3	4	6
↕	↕	↕	↕	↕
48	24	16	12	8

วิธีนี้อย่างน้อยลดเวลาไปครึ่งหนึ่ง และถ้ารู้จักใช้ เช่น เมื่อเขียน 2 , 24 จะทำให้หาตัวหารตัวถัดไปได้เร็วขึ้นด้วย

ส่วนนี้คือ การหาเทคนิคการลดเวลา ซึ่งจะเห็นว่าลดเวลาได้ไม่มากนัก สิ่งที่ควรคิดตรงนี้คือ **ไม่ทำ**ขั้นตอนนี้ได้ไหม ลองไปพิจารณาข้อสังเกต ข้อ 2) ซึ่งผลจะออกมาไม่ชัดเจน ผู้สอนอาจต้องชวนอภิปรายเพื่อให้เกิดผล ดังนี้

ก. ตัวหารร่วมที่ถัดจาก 1 ของทุกกรณีเป็นจำนวนเฉพาะ

จำนวนเฉพาะ เป็นจำนวนที่มีตัวประกอบเพียง 2 ตัว คือ 1 กับ ตัวมันเอง

ข. ถัดจากจำนวนใน ข้อ ก. จะเป็นผลคูณของจำนวนใน ข้อ ก.

ถึงตอนนี้ ผู้อ่านคงจะเห็นแล้วว่า **แทนการหาตัวหารได้ด้วยการหาตัวหารที่เป็นจำนวนเฉพาะและเป็นตัวประกอบของจำนวนที่กำหนด** ให้ผู้สอนฝึกให้ผู้เรียนได้สังเกต ข้อสุดท้าย คือ

ค. ห.ร.ม. ที่หาได้เกิดจากการคูณกันของจำนวนเฉพาะใน ข้อ ก. และ ข้อ ข. เช่น จากกิจกรรมข้อ (1) , (2) , (3)

จากกิจกรรม ข้อ (1) ก. มี 2 กับ 3

ข. มี 2 (จากการมี 4 แสดงว่า 2 เป็นตัวหารร่วม 2 ตัว)

ข้อ (2) ก. มี 2

ข. มี 2 อีก สอง ตัว

ข้อ (3) ก. มี 2 กับ 3

ข. ไม่มี

จากข้อสังเกต ค. เห็นได้ชัดเจนว่า สามารถหา ห.ร.ม. โดยลดการหาตัวหารทั้งหมดเป็นหาตัวหารที่เป็นจำนวนเฉพาะหรือตัวประกอบของจำนวนที่กำหนด ผลคูณของตัวประกอบร่วม คือ ห.ร.ม.

สรุป สามารถหา ห.ร.ม. ได้ด้วยวิธีใหม่ ดังนี้

ก. หาตัวประกอบของจำนวนที่กำหนด

ข. จาก ข้อ ก. หาตัวประกอบร่วม

ค. ห.ร.ม. คือ ผลคูณของทุกจำนวนใน ข้อ ข.

วิธีที่สรุปนี้ทำให้ได้วิธีการหา ห.ร.ม. วิธีที่ 2 ดังนี้

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ

(1) แยกตัวประกอบ ของ 48 และ 84

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$

ตัวประกอบร่วม ของ 48 และ 84 คือ 2 , 2 และ 3

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 48 และ 84 คือ $2 \times 2 \times 3 = 12$

(2) แยกตัวประกอบ ของ 104 และ 264

104 = 2 x 2 x 2 x 13

264 = 2 x 2 x 2 x 3 x 11

ตัวประกอบร่วม ของ 104 และ 264 คือ 2 , 2 และ 2

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 104 และ 264 คือ 2 x 2 x 2 = 8

(3) แยกตัวประกอบ ของ 70 , 98 และ 434

70 = 2 x 5 x 7

98 = 2 x 7 x 7

434 = 2 x 7 x 31

ตัวประกอบร่วม ของ 70 , 98 และ 434 คือ 2 และ 7

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 70 , 98 และ 434 คือ 2 x 7 = 14

จะสังเกตได้ว่า การหา ห.ร.ม. โดยการแยกตัวประกอบของแต่ละจำนวนจะใช้เวลามากเช่นเดียวกัน จึงเกิดวิธีที่ 3

วิธีที่ 3 การตั้งหาร

การหา ห.ร.ม. โดยวิธีหาร จะใช้วิธีหาจำนวนเฉพาะที่หารทุกจำนวนลงตัว แล้วนำไปหารทุกจำนวน ดังนี้

(1) 2) 48 84
2) 24 42
3) 12 21
4 7 ไม่มีจำนวนเฉพาะใดหาร 4 และ 7 ลงตัว ยกเว้น 1 จึงยุติการหาร

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 48 และ 84 คือ 2 x 2 x 3 = 12 (นำเฉพาะตัวหารมาคูณกัน)

(2) $2\overline{)104 \quad 264}$

$2\overline{)52 \quad 132}$

$2\overline{)26 \quad 66}$

$13 \quad 33$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 104 คือ 2 x 2 x 2 = 8

$4\overline{)104 \quad 264}$

$2\overline{)26 \quad 66}$

$13 \quad 33$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 104 และ 264 คือ 4 x 2 = 8

$8\overline{)104 \quad 264}$

$13 \quad 33$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 104 และ 264 คือ 8

ตัวอย่างข้อ (2) อาจมีการกระตุ้นให้ผู้เรียนอภิปรายว่า ตัวหารจำเป็นต้องเป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เช่น อาจใช้ 4 เป็นตัวหารแทนการหารด้วย 2 สองครั้งหรือใช้ 8 เป็นตัวหาร

จะเห็นได้ว่า การหารทั้งสามแบบได้คำตอบเท่ากัน ดังนั้น ตัวหารในการหา ห.ร.ม. คือตัวหารร่วมตัวใดก็ได้ เช่น ในข้อ (3) อาจใช้ 14 เป็นตัวหารได้ แต่ในทางปฏิบัติจริง กรณีนี้จะเสียเวลาเพิ่มขึ้น เพราะการที่จะทราบว่า 14 เป็นตัวหารนั้นไม่ง่าย

(3) จึงขอแสดงวิธีการหาร ดังนี้

$2\overline{)70 \quad 98 \quad 434}$

$7\overline{)35 \quad 49 \quad 217}$

$5 \quad 7 \quad 31$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 70 , 98 และ 434 คือ 2 x 7 = 14

สมมติมีผู้ตั้งข้อสังเกตว่า ห.ร.ม. ที่หาใน ข้อ (1) , (2) , (3) น้อยกว่าจำนวนที่กำหนดเสมอ ให้ผู้สอนชวนผู้เรียนหา ห.ร.ม. อีก 1 วิธี เป็นวิธีที่ 4 โดยการให้พิจารณาว่าถึงแม้ ห.ร.ม. จะมีคำว่า “มาก” แต่ ห.ร.ม. ก็เป็นตัวหาร ซึ่งต้องน้อยกว่าตัวตั้ง ฉะนั้นวิธีที่ 4 สามารถหา ห.ร.ม. โดยแยกตัวประกอบของจำนวนที่น้อยที่สุด จากจำนวนที่กำหนด แล้วนำตัวประกอบไปหารจำนวนที่กำหนดให้จำนวนอื่น ถ้าหารลงตัวแสดงว่าเป็นตัวประกอบของ ห.ร.ม. ถ้าหารแล้วเหลือเศษ แสดงว่าจำนวนนี้ไม่ใช่ตัวประกอบของ ห.ร.ม. เช่น

ข้อ (3) 70 เป็นจำนวนที่น้อยที่สุด จึงแยกตัวประกอบของ 70

จะได้ 70 = 2 x 5 x 7 นำ 2 , 5 และ 7 ไปหาร 98 และ 434

จะเห็นได้ว่า 2 กับ 7 หาร 98 และ 434 ลงตัว ส่วน 5 หาร 98 และ 434 ไม่ลงตัว

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 70 , 98 และ 434 คือ 2 x 7 = 14

ในระดับมัธยมศึกษาผู้เรียนจะได้เรียนวิธีหา ห.ร.ม. โดยไม่ต้องหาตัวประกอบเรียกชื่อวิธีนี้ว่า ขั้นตอนวิธีแบบยุคลิด (Euclidean algorithm)

เมื่อผู้อ่านอ่านมาถึงตรงนี้ จะเห็นว่า การฝึกให้ผู้เรียนได้สังเกตหาจุดด้อยมาปรับปรุงการทำงาน ฝึกให้ผู้เรียนได้คิดจะได้ผู้เรียนที่รู้จักพัฒนาวิธีการทำงานซึ่งเป็นประโยชน์กับชีวิตของผู้เรียนเอง

การหา ค.ร.น.

พิจารณาการหา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนด โดยเริ่มจากความหมายของ ค.ร.น. ดังนี้

ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนดตั้งแต่สองจำนวน คือ จำนวนที่น้อยที่สุด ที่มีจำนวนที่กำหนดทุกจำนวนเป็นตัวหาร เช่น ถ้า ค เป็น ค.ร.น. ของ $ก_1$ และ $ก_2$ แสดงว่า $ก_1$ และ $ก_2$ จะหาร ค ลงตัว ให้ผลหารของ $ก_1$ และ $ก_2$ คือ $ผ_1$ และ $ผ_2$ ตามลำดับจะได้ว่า

$$ค = ผ_1 \times ก_1 = ผ_2 \times ก_2$$

วิธีการหา ค.ร.น. ในขั้นต้นมี 3 วิธี เช่นเดียวกับการหา ห.ร.ม. ดังนี้

วิธีที่ 1 การหาตัวคูณร่วม

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ

วิธีที่ 3 การตั้งหาร

วิธีที่ 1 การหาตัวคูณร่วม

ตัวอย่าง หา ค.ร.น. ของ 48 และ 84

การหา ค.ร.น. ของ 48 และ 84 โดยใช้ผลคูณของ 48 และ 84 กับ 1 , 2 , 3 , ... ไปเรื่อย ๆ ผลคูณที่เท่ากันเป็นจำนวนแรก คือ ค.ร.น. ของ 48 และ 84

พหุคูณของ 48 ได้แก่ 48 , 96 , 144 , 192 , 240 , 288 , 336 , 384 , 432 ,

480 , 528 , 576 , 624 , 672 , ...

พหุคูณของ 84 ได้แก่ 84 , 168 , 252 , 336 , 420 , 504 , 588 , 672 , ...

จะเห็นว่าผลคูณที่เท่ากันเป็นจำนวนแรก คือ 336

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 48 กับ 84 คือ 336

วิธีการหา ค.ร.น. โดยใช้ การหาตัวคูณร่วม ซึ่งเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า พหุคูณ จะเห็นว่าใช้เวลาค่อนข้างมากและไม่รู้ว่าต้องเขียนไปมากน้อยแค่ไหน จึงจะได้จำนวนที่เท่ากัน

วิธีที่ 2 การแยกตัวประกอบ

หา ค.ร.น. ของ 48 และ 84 โดยวิธีแยกตัวประกอบ

$$48 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \times \boxed{3}$$

$$84 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 7$$

ตัวประกอบร่วมของ 48 และ 84 คือ 2 , 2 และ 3

ตัวประกอบที่เหลือของ 48 และ 84 คือ 2 , 2 และ 7

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 48 กับ 84 คือ $\underbrace{2 \times 2 \times 3}_{\text{ห.ร.ม.}} \times 7 \times \underbrace{2 \times 2}_{\text{ตัวประกอบของ 48 ที่ไม่ใช่ตัวประกอบของ ห.ร.ม.}}$

ตัวประกอบของ 84 ที่ไม่ใช่ตัวประกอบของ ห.ร.ม.

ลองมาหา ค.ร.น. ของ 104 , 264 โดยใช้วิธีการแยกตัวประกอบ

$$104 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2} \times 13$$

$$264 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times 11$$

ค.ร.น. ของ 104 และ 264 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 13 \times 3 \times 11 = 3,432$

ได้ของแถมที่มีประโยชน์มาก ดังนี้

ห.ร.ม. x ค.ร.น. = ผลคูณของจำนวนที่กำหนด

เป็นจริงเฉพาะจำนวนที่กำหนดมีสองจำนวน

ผู้เขียน ขอสรุปเป็นวิธีหา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนด ดังนี้

กรณี 1 จำนวนที่กำหนดมี 2 จำนวน

ขั้นที่ 1 แยกตัวประกอบของจำนวนที่กำหนด

ขั้นที่ 2 ค.ร.น. คือ ผลคูณของตัวประกอบร่วมคูณกับผลคูณของตัวประกอบที่ไม่ใช่ตัวประกอบร่วม

กรณี 2 จำนวนที่กำหนดมากกว่า 2 จำนวน

1. แยกตัวประกอบของทุกจำนวน

2. ถ้ากำหนดจำนวนให้ n จำนวน ค.ร.น. คือ ผลคูณของผลคูณต่อไปนี้

- ผลคูณของตัวประกอบร่วมของทุกจำนวน
- ผลคูณของตัวประกอบร่วมของ n - 1 จำนวน
- ผลคูณของตัวประกอบร่วมของ n - 2 จำนวน
- ผลคูณของตัวประกอบร่วมของ ... จำนวน
- ผลคูณของจำนวนที่เป็นตัวประกอบร่วมของ 2 จำนวน
- ผลคูณของจำนวนที่ไม่เป็นตัวประกอบร่วม

การหาตัวประกอบร่วมต้องเรียงลำดับตามนี้ ห้ามข้ามลำดับภายหลัง

ตัวอย่าง จงหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 48 , 60 , 70 , 84

วิธีทำ หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 48 , 60 , 70 , 84 โดยใช้วิธีแยกตัวประกอบ ดังนี้

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

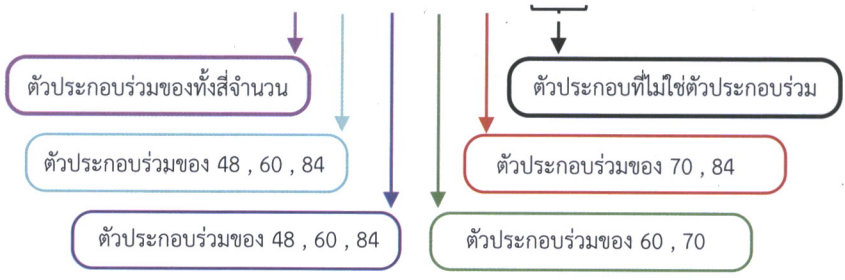
$70 = 2 \times 5 \times 7$

$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$

เพราะ 2 คือ ตัวประกอบร่วมของทุกจำนวน

ได้ ห.ร.ม. คือ 2

ได้ ค.ร.น. คือ $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 2 = 1,680$



วิธีที่ 3 การตั้งหาร

สำหรับวิธีสุดท้าย คือ ใช้การตั้งหาร กล่าวคือตัวหารต้องเป็นตัวประกอบร่วมของทุกจำนวนก่อน แล้วจึงหาตัวประกอบที่เป็นตัวประกอบร่วมอย่างน้อยสองจำนวน เป็นตัวหาร ดังนี้

2	48	60	70	84
6	24	30	35	42
5	4	5	35	7
7	4	1	7	7
	4	1	1	1

ค.ร.น. ของ 48 , 60 , 70 , 84 คือ $2 \times 6 \times 5 \times 7 \times 4 = 1,680$

สำหรับการนำความรู้เรื่อง ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. โดยวิธีให้จำว่าเป็นปัญหาที่ใช้ ห.ร.ม. หรือ ค.ร.น. โดยมีคำต่าง ๆ ที่ได้เสนอไว้ตอนต้นของบทความ เป็นสิ่งที่แสดงความไม่พร้อมของผู้สอน โดยขอให้ดูตัวอย่างปัญหาต่อไปนี้ มีสองคำ คือ **มาก** กับ **น้อย** ถ้าเป็นไปตามที่ผู้สอนบอกก็ต้องใช้ทั้ง ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ลองหาคำตอบกัน และสามารถตรวจสอบคำตอบในเฉลยอยู่ท้ายบทความนี้

ปัญหาที่ 1 จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

3^{60} , 5^{48} , 6^{36} , 7^{24}

ปัญหาที่ 2 ชมรมคิดเลขเร็ว มีนักเรียนชั้น ป.4 จำนวน 16 คน นักเรียนชั้น ป.5 จำนวน 20 คน และนักเรียน ชั้น ป.6 24 คน ครูต้องการจัดกลุ่มนักเรียน กลุ่มละเท่า ๆ กัน โดยไม่คละชั้น ครูจะจัดกลุ่มนักเรียนให้มีสมาชิกมากที่สุดกลุ่มละกี่คน และได้ทั้งหมดกี่กลุ่ม

ปัญหาที่ 3 ร้านค้าแห่งหนึ่งมีขนมสามชนิด ติดราคาไว้ ดังนี้ เค้ก ราคาชิ้นละ 40 บาท โดนัทราคาชิ้นละ 16 บาท คุกกี้ ราคาชิ้นละ 8 บาท กลอยต้องการซื้อขนมทั้งสามชนิด ในราคาเดียวกัน และจ่ายเงินน้อยที่สุด กลอยจะต้องจ่ายเงินซื้อขนมทั้งหมดกี่บาท และจะซื้อขนมได้ชนิดละกี่ชิ้น

เฉลยปัญหาที่ 1 หา ห.ร.ม. ของ 60 , 48 , 36 , 24

2) 60 48 36 24

2) 30 24 18 12

3) 15 12 9 6

5 4 3 2

ห.ร.ม. ของ 60 , 48 , 36 , 24 คือ $2 \times 2 \times 3$ หรือ 12

เขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่เลขชี้กำลังเป็น 12 ได้ดังนี้

$3^{60} = (3^5)^{12} = 243^{12}$

$5^{48} = (5^4)^{12} = 625^{12}$

$6^{36} = (6^3)^{12} = 216^{12}$

$7^{24} = (7^2)^{12} = 49^{12}$

เนื่องจาก $49 < 216 < 243 < 625$

ดังนั้น $7^{24} < 6^{36} < 3^{60} < 5^{48}$

เรียงลำดับ 3^{60} , 5^{48} , 6^{36} , 7^{24} จากน้อยไปมากได้ดังนี้ 7^{24} , 6^{36}, 3^{60} , 5^{48}

เฉลยปัญหาที่ 2 แก้ปัญหานี้โดยใช้ ห.ร.ม. ดังนี้

4) 16 20 24

4 5 6

ห.ร.ม. ของ 16 , 20 และ 24 คือ 4

ดังนั้น ครูจะจัดกลุ่มนักเรียนให้มีสมาชิกมากที่สุดกลุ่มละ 4 คน

ได้ ป.4 จำนวน 4 กลุ่ม ป.5 จำนวน 5 กลุ่ม และ ป.6 จำนวน 6 กลุ่ม

เฉลยปัญหาที่ 3 แก้ปัญหานี้โดยใช้ ค.ร.น. ดังนี้

8) 40 16 8

5 2 1

ค.ร.น. ของ 40 , 16 และ 8 คือ $8 \times 5 \times 2 = 80$

ดังนั้น กลอยจ่ายเงินซื้อขนมแต่ละชนิด 80 บาท

กลอยจ่ายเงินทั้งหมด $3 \times 80 = 240$ บาท

จะได้ เค้ก 2 ชิ้น โดนัท 5 ชิ้น และคุกกี้ 10 ชิ้น

$2 \times 40 = 80$
$5 \times 16 = 80$
$10 \times 8 = 80$

สิ่งต้องการให้เกิดจากการอ่านบทความนี้ คือ การสอนต้องไม่ใช่การบอกให้จำ เพราะไม่ได้ทำให้ผู้เรียนเกิดปัญญา

สุดท้ายอยากบอกว่า

"วิชาคณิตศาสตร์ ถ้าไม่ได้ใช้นาน ๆ ก็ลืม วิธีสอนที่ดีจะทำให้ผู้เรียนหลังจากได้เรียนรู้แล้ว จะมีความรู้ติดตัวไว้ คือ เมื่อเกิดปัญหาจะต้องหาวิธีแก้ปัญหา และในการทำงานถ้ารู้จักสังเกตจะพบส่วนที่ควรแก้ไข ซึ่งคือปัญญา"

เอกสารอ้างอิง

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2559). *พจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา* (พิมพ์ครั้งที่ 11). สำนักงานราชบัณฑิตยสภา.